Bewegungsaufgaben

Zuerst ein bisschen Physik:

Geschwindigkeit (v) = zurückgelegter Weg (s) pro Zeiteinheit (t)

Als Formel: $v = \frac{s}{t}$ oder umgeformt $s = v \cdot t$ bzw. $t = \frac{s}{v}$

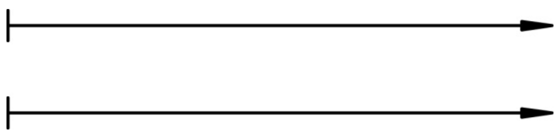
Bei Bewegungsaufgaben wird immer eine konstante (= gleichbleibende) Geschwindigkeit vorausgesetzt.

Achte beim Rechnen auf die Einheiten!

Weg	s	km	m	km	usw.
Zeit	t	h	s	min	
Geschwindigkeit	v	$\frac{km}{h}$	$\frac{m}{s}$	$\frac{km}{min}$	

Wir unterscheiden zwei Arten von Bewegungsaufgaben:

a) Bewegung in die gleiche Richtung (einholen, überholen, …)

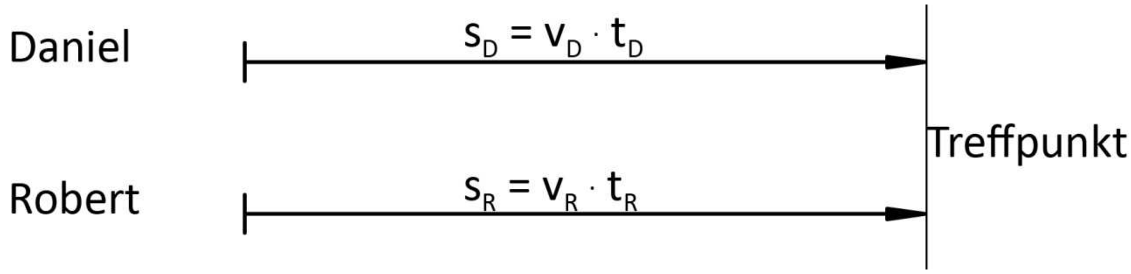


Beide legen vom Ausgangsort die gleiche Wegstrecke zurück.

b) Bewegung aufeinander zu (Treffpunkt, …)

Die Summe der Wegstrecken ergibt die Entfernung der Ausgangsorte.

Gelb 1.)



Einheiten: km, h, $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, also muss man 10 Minuten in Stunden umwandeln.

1 Minute = $\frac{1}{60}$ Stunde, 2 Minuten = $\frac{2}{60}$ Stunden, 3 Minuten = $\frac{3}{60}$ Stunden, …

10 min = $\frac{10}{60}$ h = $\frac{1}{6}$ h

Daniel:

s_D	s_D	[km]
t_D	t_D	[h]
v_D	15	$\left[\frac{\text{km}}{\text{h}}\right]$

Robert:

s_R	s_R	[km]
t_R	$t_D - \frac{1}{6}$	[h]
v_R	30	$\left[\frac{\text{km}}{\text{h}}\right]$

Da Robert später losfährt ist seine Fahrzeit bis zum Treffpunkt kürzer als die von Daniel. $t_R = t_D - \frac{1}{6}$

(Oder Daniels Fahrzeit ist länger als die von Robert. $t_D = t_R + \frac{1}{6}$)

Egal wie, die beiden Fahrstrecken bis zum Treffpunkt sind gleich lang.

$$s_D = s_R$$

$$v_D \cdot t_D = v_R \cdot t_R$$

$$15 \cdot t_D = 30 \cdot (t_D - \frac{1}{6})$$

$$15 \cdot t_D = 30 \cdot t_D - 30 \cdot \frac{1}{6}$$

$$15 \cdot t_D = 30 \cdot t_D - 5 \qquad |-30 \cdot t_D$$

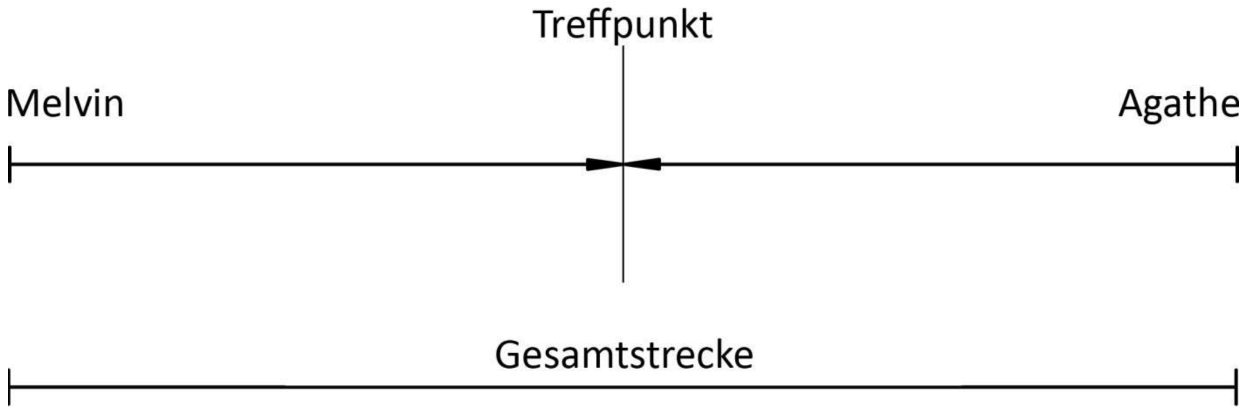
$$-15 \cdot t_D = -5 \qquad |:(-15)$$

$$t_D = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}\,\text{h}$$

$$t_D = \frac{1}{3} \cdot 60\,\text{min} = 20\,\text{min}$$

Robert holt Daniel nach 20 Minuten ein.

Orange 1.)



Einheiten: km, h, $\frac{km}{h}$, also muss man die 15 Minuten Unterschied in den Abfahrtszeiten in Stunden umwandeln.

15 min = $\frac{15}{60}$ h = $\frac{1}{4}$ h

Melvin:

s_M	s_M	[km]
t_M	t_M	[h]
v_M	60	$\left[\frac{km}{h}\right]$

Agathe:

s_A	s_A	[km]
t_A	$t_M - \frac{1}{4}$	[h]
v_A	60	$\left[\frac{km}{h}\right]$

Da Agathe später losfährt ist ihre Fahrzeit bis zum Treffpunkt kürzer als die von Melvin. $t_A = t_M - \frac{1}{4}$

(Oder Melvins Fahrzeit ist länger als die von Agathe. $t_M = t_A + \frac{1}{4}$)

Egal wie, die Summe der beiden Fahrstrecken bis zum Treffpunkt ist gleich groß wie die Entfernung von Altdorf nach Neustadt.

$$s_M + s_A = 75$$

$$v_M \cdot t_M + v_A \cdot t_A = 75$$

$$60 \cdot t_M + 60 \cdot (t_M - \frac{1}{4}) = 75$$

$$60 \cdot t_M + 60 \cdot t_M - 60 \cdot \frac{1}{4} = 75$$

$$120 \cdot t_M - 15 = 75 \quad |+15$$

$$120 \cdot t_M = 90 \quad |:120$$

$$t_M = \frac{90}{120} = \frac{3}{4}\text{ h}$$

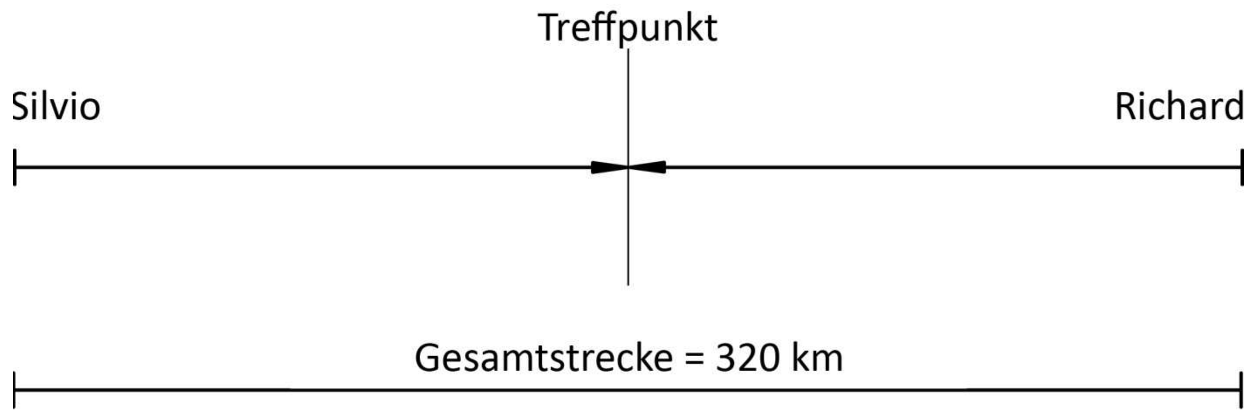
$$t_M = \frac{3}{4} \cdot 60\text{ min} = 45\text{ min}$$

Da Melvin um 10.00 Uhr losgefahren ist, treffen sie sich um 10.45 Uhr.
Agathe ist um 10.15 Uhr gestartet, also beträgt ihre Fahrzeit bis zum Treffpunkt 30 Minuten oder $\frac{1}{2}$ Stunde.
Ihr Fahrweg entspricht der Entfernung des Treffpunkts von Neustadt.

$s_A = v_A \cdot t_A = 60 \cdot \frac{1}{2} = 30 \text{ km}$

Der Treffpunkt ist 30 km von Neustadt entfernt.

Rot 1)



Der Startzeitunterschied beträgt 1 h 40 min = 100 min = $\frac{100}{60}$ h = $\frac{5}{3}$ h.

Silvio:

s_S	s_S	[km]
t_S	t_S	[h]
v_S	90	$\left[\frac{\text{km}}{\text{h}}\right]$

Richard:

s_R	s_R	[km]
t_R	$t_S - \frac{5}{3}$	[h]
v_R	80	$\left[\frac{\text{km}}{\text{h}}\right]$

Silvios Fahrzeit bis zum Treffpunkt beträgt $\frac{8}{3}$ h = 160 min = 2 h 40 min.

Sie begegnen sich um 9.20 Uhr.

Richard ist bis dahin 1 Stunde lang gefahren.

Er braucht für die ganze Strecke 4 h, also dauert es noch 3 Stunden, bis er in Innsbruck ankommt.

Textgleichungen

Gelb 1.) Zahl: x

$$2 \cdot x - 17 = 15 \qquad |+17$$
$$2x = 32 \qquad |:2$$
$$\underline{\underline{x = 16}}$$

<u>Die gesuchte Zahl lautet 16.</u>

Gelb 2.)

Zahl 2	x	36
Zahl 1	x +10	46
Summe	x + (x +10)	82

$$2x + 10 = 82 \qquad |-10$$
$$2x = 72 \qquad |:2$$
$$\underline{\underline{x = 36}}$$

<u>Die gesuchten Zahlen lauten 36 und 46.</u>

Orange 1.)

Anna	2·x	10
Enes	x	5
Marco	2·x + 3	13
zusammen	2·x + x + (2·x + 3)	28

$$2 \cdot x + x + (2 \cdot x + 3) = 28$$
$$5x + 3 = 28 \qquad |-3$$
$$5x = 25 \qquad |:5$$
$$x = 5$$

<u>Enes ist 5 Jahre alt.</u>

Orange 2.)

Der 10. Bus ist 12 min vor 9.00 Uhr gefahren, der 9. Bus 2 · 12 min vorher, der 8. Bus 3 · 12 min vorher etc.

Der erste Bus ist also 10 · 12 min = 120 min = 2 h vor 9 Uhr gefahren.

<u>Der erste Bus der Linie A ist um 7.00 Uhr vom Bahnhof losgefahren.</u>

Rot 1.)

Quadrat	Rechteck
$A_Q = x \cdot x$	$A_R = a \cdot b$; $a = x + 4$, $b = x - 2$
$A_Q = x^2$	$A_R = (x + 4) \cdot (x - 2) = x^2 + 2x - 8$
$A_R = A_Q + 12$ (Das Rechteck hat den um 12 cm² größeren Flächeninhalt)	
$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 12$ $2x = 20$ $\underline{\underline{x = 10}}$	
Quadrat: $A_Q = 10^2 = 100$ cm²	Rechteck: $14 \cdot 8 = 112$ cm² (um 12 mehr)

<u>Das Quadrat hat einen Umfang von 40 cm.</u>

Rot 2.)

Zur Erinnerung: Der Wert einer Ziffer hängt von der Stelle, ab an der sie steht. Mit jeder Stelle weiter links verzehnfacht sich der Wert.

T	H	Z	E
			1
Wert: $1 \cdot 1$			

T	H	Z	E
		1	
Wert: $1 \cdot 10$			

T	H	Z	E
	1		
Wert: $1 \cdot 100$			

T	H	Z	E
1			
Wert: $1 \cdot 1000$			

T	H	Z	E
4	7	1	2

Wert: $2 \cdot 1 + 1 \cdot 10 + 7 \cdot 100 + 4 \cdot 1000 = 2 + 10 + 700 + 4000 = 4712$

	Zahl A	Zahl B
Einerziffer E	$x + 3$	x
Zehnerziffer Z	x	$x + 3$
Wert der Zahl	$(x+3) \cdot 1 + x \cdot 10$	$x \cdot 1 + (x+3) \cdot 10$

Zahl B = $2 \cdot$ Zahl A $+ 2$ (Zahl B ist um 2 größer als das doppelte der Zahl A)

$$x + 10x + 30 = 2 \cdot (x+3 + 10x) + 2$$
$$11x + 30 = 22x + 8$$
$$22 = 11x$$
$$2 = x$$

<u>Die ursprüngliche Zahl lautet 25.</u> (Die neue Zahl ist 52, um 2 größer als $2 \cdot 25$)

Verhältnis- und Bruchgleichungen

Gelb 1.) $15 \cdot 28 = 105 \cdot x \quad |:105$ $\quad \underline{\underline{D = R \setminus \{0\}}}$

$\underline{\underline{x = 4}}$

Gelb 2.) $(5x + 1) \cdot 5 = 15 \cdot 9$ $\quad \underline{\underline{D = R}}$

$25x + 5 = 135 \quad |-5$

$25x = 130 \quad |:25$

$\underline{\underline{x = 5{,}2}}$

Gelb 3.) $3 \cdot 4 = 1 \cdot (4 + 2x)$ $\quad \underline{\underline{D = R \setminus \{-2\}}}$

$12 = 4 + 2x \quad |-4$

$8 = 2x \quad |:2$

$\underline{\underline{x = 4}}$

Gelb 4.) $9 \cdot (x - 5) = 1 \cdot (5x - 1)$ $\quad \underline{\underline{D = R \setminus}}\{5; -\frac{1}{5}\}$

$9x - 45 = 5x - 1 \quad |-5x \quad |+45$

$4x = 44 \quad |:4$

$\underline{\underline{x = 11}}$

Orange 1.) $\underline{\underline{x = 2{,}5}}$ $\quad \underline{\underline{D = R \setminus \{2\}}}$

Orange 2.) $\frac{1}{2} - \frac{a+6}{a} = \frac{3-2a}{2a} \quad |\cdot 2a$ $\quad \underline{\underline{D = R \setminus \{0\}}}$

$a - 2a - 12 = 3 - 2a$

$\underline{\underline{a = 15}}$

Probe:

LS: $\frac{1}{2} - \frac{15+6}{15} = \underline{\underline{-0{,}9}}$ RS: $\frac{3-2\cdot 15}{2\cdot 15} = \underline{\underline{-0{,}9}}$

Orange 3.) $\frac{5}{y-2} + \frac{3}{y+2} = \frac{8}{(y-2)\cdot(y+2)}$ $|\cdot(y-2)\cdot(y+2)$ $\underline{\underline{D = R\setminus\{2,-2\}}}$

$5\cdot(y+2) + 3\cdot(y-2) = 8$

$5y + 10 + 3y - 6 = 8$

$\underline{\underline{y = 0,5}} = \frac{1}{2}$

Probe: LS: $\frac{5}{0,5-2} + \frac{3}{0,5+2} = \underline{\underline{-2,1333\ldots}}$

RS: $\frac{8}{(0,5-2)\cdot(0,5+2)} = \underline{\underline{-2,1333\ldots}}$

Rot 1.) $\underline{\underline{x = -8}}$ $\underline{\underline{D = R\setminus\{6, -1\}}}$

Probe: LS: $2 : (-8 - 6) = -0,142857\ldots$; RS: $3 : (-24 + 3) = -0,142857\ldots$

Rot 2.) $(x+3)\cdot(x+4) = (x+8)\cdot(x-2)$ $\underline{\underline{D = R\setminus\{2, -4\}}}$

$x^2 + 7x + 12 = x^2 + 6x - 16$

$\underline{\underline{x = -28}}$

Probe: LS : $(-28+3) : (-28-2) = \underline{\underline{0,8333\ldots}}$

RS : $(-28+8) : (-28+4) = \underline{\underline{0,8333\ldots}}$

Rot 3.) $\frac{2}{4x^2-9} + \frac{5-3x}{2x+3} = \frac{3\cdot(1-x)}{2x-3}$ $|\cdot(2x-3)\cdot(2x+3)$ $\underline{\underline{D = R\setminus\{-1,5;1,5\}}}$

$2 + (5-3x)\cdot(2x-3) = 3\cdot(1-x)\cdot(2x+3)$

$2 + 19x - 6x^2 - 15 = 3x - 6x^2 + 9$ $|+6x^2$ $|-3x$ $|+13$

$22x = 22$

$\underline{\underline{x = 1}}$

Probe: LS: $\frac{2}{4-9} + \frac{5-3}{2+3} = \underline{\underline{0}}$

RS: $\frac{3\cdot(1-1)}{2-3} = \underline{\underline{0}}$